

NTNU
Det skapende universitet

Internt seminar RKBU 21 mars 2014:

Multiple hypoteser eller multiple sammenlikninger

Stian Lydersen

Revidert 24 mars 2014
<http://folk.ntnu.no/slyderse/medstat/Multcomp21mars2014.pdf>

www.ntnu.no

Om du ønsker, kan du sette inn navn, tittel på foredraget, o.l. her.

Multiple hypoteser eller multiple sammenlikninger.

Hva bør du gjøre hvis du har mer enn én avhengig variabel, dvs flere endepunkt, eller hvis mer enn to grupper (feks eksponeringssgrupper eller behandlingsgrupper) skal sammenliknes. Dersom hver av hypotesene testes ved signifikansnivå alfa, vil sannsynligheten for å gjøre minst en type II feil (FWER, familyvisse error rate) bli betydelig større enn alfa. En måte å håndtere dette på, er å bruke en korrekjon (feks Bonferroni) som kontrollerer for at FWER ikke overskridrer alfa. En spesiell situasjon er når man har svært mange hypoteser, feks 1000 hypoteser i en genstudie. Da blir det for konservativt å bevare FWER. Man aksepterer da en viss andel falske positive funn (false discovery rate, FDR) blant de genene som påstas å ha effekt. En annen spesiell situasjon er når man skal sammenligne bare tre grupper. Her er det faktisk ikke nødvendig å justere (ved Bonferroni e.l.) for å bevare FWER, såfremt man gjør parvise sammenlikninger bare hvis omnibus-hypotesen (alle tre gruppene er like) forkastes.

Jeg vil diskutere følgende spørsmål:
 Når bør vi justere for multiple hypoteser?
 Skal vi kontrollere FWER eller FDR?
 Hvilken metode bør brukes?

NTNU
Det skapende universitet

www.ntnu.no

3

One-Way ANOVA: Post Hoc Multiple Comparisons

Equal Variances Assumed

- LSD
- Bonferroni
- Sidak
- Scheffe
- R-E-G-W F
- R-E-G-W Q
- S-N-K
- Tukey
- Tukey's-b
- Duncan
- Hochberg's GT2
- Gabriel
- Waller-Duncan
- Dunnett

Type I/Type II Error Ratio: 100

Control Category: Last

Test: 2-sided < Control > Control

Significance level: 0.05

Continue Cancel Help

NTNU
Det skapende universitet

www.ntnu.no

4

Notat fra Harald Johnsen 2006:

Aposteriori test i enveis ANOVA

```

graph TD
    A{Parvis?} -- Ja --> B{Mot en kontroll?}
    A -- Nei --> C{Plautagd?}
    B -- Ja --> D{Balansert?}
    B -- Nei --> E{Alle par?}
    C -- Ja --> F[Bonferroni]
    C -- Nei --> G[Sheffé]
    D -- Ja --> H[Dunnett]
    D -- Nei --> I[Bonferroni]
    E -- Ja --> J[Tukey]
    
```

NTNU
Det skapende universitet

www.ntnu.no

5

Eksempel
 Kaasbøll, J., Lydersen, S., & Indredavik, M. S. 2012,
 "Psychological symptoms in children of parents with chronic
 pain-the HUNT study", Pain, vol. 153, no. 5, pp. 1054-1062.

4 grupper ungdommer: Foreldre med kroniske smerten:

- Ingen,
- bare mor (M),
- bare far (F),
- både mor og far (MF)

2 avhengige variable:

- Angst/depresjon (SCL-5)
- Afferdsproblemer

Separate analyser for jenter og gutter

NTNU
Det skapende universitet

www.ntnu.no

6

Kaasbøll J, Lydersen S, Indredavik M: (Pain, 2012)
 "Psychological symptoms in children of parents with chronic
 pain – the HUNT study"

Results adjusted for age – boys:

Parents with chronic pain	Number of children	Risk for conduct problems:		
		Odds ratio (OR) estimate	Conf. int.	P-value
None	801	1 (ref.)		
Only mother	289	1.30	1.02 to 1.67	0.036
Only father	216	0.99	0.74 to 1.31	0.93
Both parents	117	1.36	0.96 to 1.93	0.087

NTNU
Det skapende universitet

www.ntnu.no

Tre(?) problemstillinger:

- a) Flere avhengige variable
- b) Sammenlikning mellom flere enn 2 grupper
- c) Flere subgrupper



www.ntnu.no

Flere avhengige variable
("Avhengige" eller "urelaterte" hypoteser)

- Rothman, K. J. 1990, "No adjustments are needed for multiple comparisons", *Epidemiology*, vol. 1, no. 1, pp. 43-46.
 - Justere når flere hypoteser i samme artikkel?
 - Splitte opp i flere artikler?
 - Justere for alle hypoteser jeg tester i min karriere?
 - Justere for alle hypoteser menneskeheten tester?
- Ett primært endepunkt, legge "mindre vekt" på signifikante funne på sekundære endepunkt
- Pragmatisk forslag (Peter Fayers): Two-sided p-values < 0.05 are taken to indicate statistical significance. Due to multiple hypotheses, p-values between 0.01 and 0.05 should be interpreted with caution.



Det skapende universitet

www.ntnu.no

Eksempel:
Senn, S. 2007, Statistical issues in drug development, 2nd ed, John Wiley. Chapter 10: Multiplicity
RCT, medikamenter for lungefunksjon hos astmatikere:

Mulige avhengige variable:

- FEV
- PEV
- RAW
- ...
- Bivirkninger

"Multiplicity continues to be a field of much research and controversy."



www.ntnu.no

	Akseptert	Forkastet	Totalt
Sanne nullhypoteser	U	V	m_0
Usanne nullhypoteser	T	S	$m-m_0$
	$m-R$	R	m

Per comparison error rate PCER: $E[V/m]$

Hvis hver nullhypote se testes med nivå α :

Hvis alle nullhypotesene er sanne: $E[V/m] = \alpha$

Hvis noen nullhypoteser er usanne: $E[V/m] < \alpha$

Family-wise error rate FWER: $P(V \geq 1)$

(Also called experimentwise error rate)

False discovery rate FDR: $E[V/R]$

er forventet andel sanne nullhypoteser blant de som forkastes.



Det skapende universitet

www.ntnu.no

Weak control of FWER:
FWER $\leq \alpha$ given that all null hypotheses are true
($m_0=m$)

Strong control of FWER:
FWER $\leq \alpha$ for any combination of true and false null hypotheses

Strong control of FWER is mandated by regulators in the USA in all confirmatory clinical trials (Phase III) trials.

In the rest of this presentation, control of FWER means in the strong sense.

www.ntnu.no

Problem:

Ved å bruke signifikansnivå α på hver av hypotesetestene, blir sannsynligheten for minst ett falskt positivt funn, dvs FWER, (betydelig) større enn α .



Det skapende universitet

www.ntnu.no

13

Alternative løsninger:

- Bare en hypotese per studie (ett primært endepunkt)
- Kombinere de avhengige variablene til ett globalt endepunkt (for eksempel summere delskårene til en totalskåre i et spørreskjeme)
- Bare et signifikant resultat for et forhåndsdefinert primært endepunkt tillater analyse av sekundære endepunkter ("gate-keeper")
- Når flere grupper (for eksempel behandlinger) sammenliknes, bruk en global test først.
- Korreksjon for multiple tester
- Kontroller FDR, ikke FWER



www.ntnu.no

Control of FDR is relevant with a large number of null hypotheses, such as in genomics.

Goeman, J.J. & Solari, A. 2014. Tutorial in biostatistics: Multiple hypothesis testing in genomics. *Statistics in Medicine*



Det skapende universitet

15

Distributional assumptions:

- P-value based procedures: Based on univariate p-values. No assumptions about joint distribution of test statistics. F.ex. Bonferroni, Holm
- Semiparametric p-value based procedures. F.ex. Šidák, Hochberg, Hommel assuming independent or positively correlated p-values.
- Parametric procedures assuming a specific multivariate distribution, f.ex. Dunnett, Dunn, Tukey, Scheffé in one-way ANOVA (without additional covariates) assuming normal distribution.
- Resampling-based procedures (bootstrap or permutation methods). Control FWER only when sample size approaches infinity (Dmitrienko and D'Agostino, 2013, page 5181)

P-value based procedures tend to perform poorly compared to parametric and resampling based procedures, when there are many hypotheses or strongly correlated test statistics. (Dmitrienko et al, 2010, page 49 - 50)



www.ntnu.no

m hypoteser, p-verdier $p_{(1)} \leq p_{(2)} \leq \dots \leq p_{(m)}$.

Bonferronikorreksjon:

Forkast bare hypoteser med $mp_{(j)} \leq \alpha$ (ekvivalent: $p_{(j)} \leq \tilde{\alpha} = \alpha/m$)
Kontrollerer alltid FWER $\leq \alpha$

Bonferroniulikheten gjelder alltid:

$$P(F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_m) \leq P(F_1) + P(F_2) + \dots + P(F_m) = m\tilde{\alpha}$$



Det skapende universitet

17

Šidák korrektsjon:

Forkast bare hypoteser med $p_{(j)} \leq \tilde{\alpha} = 1 - (1 - \alpha)^{1/m}$

Kontrollerer FWER $\leq \alpha$ ved uavhengige p-verdier, eller uavhengige testobservatorer, eller multinormalfordelte testobservatorer.

Šidák-ulikheten gjelder med = for uavhengige og $<$ for positivt korrelerte p-verdier:

$$P(F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_m) \leq [1 - P(F_1)][1 - P(F_2)] \dots [1 - P(F_m)] = 1 - (1 - \tilde{\alpha})^m$$



www.ntnu.no

Eksempler:

	α	m	$\tilde{\alpha}$
Bonferroni	0.05	3	0.01667
Šidák	0.05	3	0.01695
Bonferroni	0.05	10	0.00500
Šidák	0.05	10	0.00512

«The Šidák procedure provides a fairly small improvement over the Bonferroni procedure ... For this reason, the Šidák procedure and related multiple testing procedures have not found many applications in a clinical setting ...» (Dmitrienko and D'Agostino 2013, page 5188)

Kirk (2013, Tabell 5.1-1 side 169) anbefaler Šidák-korreksjon fremfor Bonferronikorreksjon for Dunn's test.



Det skapende universitet

19

Holm step-down correction (også kalt Bonferroni step-down correction):
 Hvis $p_{(1)} \leq \alpha_{(1)} = \alpha / m$ forkast hypotese (1)
 Hvis hypotese (1) ble forkastet:
 Hvis $p_{(2)} \leq \alpha_{(2)} = \alpha / (m-1)$ forkast hypotese (2)
 Hvis hypotese (2) ble forkastet:
 Hvis $p_{(3)} \leq \alpha_{(3)} = \alpha / (m-2)$ forkast hypotese (3)
 ...
 Hvis hypotese (m-1) ble forkastet:
 Hvis $p_{(m)} \leq \alpha_{(m)} = \alpha / 1 = \alpha$ forkast hypotese (m)

Dvs:
 I steg j , bruk Bonferronikorreksjon på de $m - j + 1$ siste p-verdiene.

Kontrollerer alltid $FWER \leq \alpha$.
 Uniformt mindre konservativ (høyere styrke) enn Bonferroni.

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

20

Hochberg step-up correction

Hvis $p_{(m)} \leq \alpha_{(m)} = \alpha$ forkast alle m hypotesene.
 Hvis $p_{(m-1)} \leq \alpha_{(m-1)} = \alpha / 2$ forkast hypotese (m-1), (m-2), ..., 1
 Hvis $p_{(m-2)} \leq \alpha_{(m-2)} = \alpha / 3$ forkast hypotese (m-2), ..., 1
 ...
 Hvis $p_{(1)} \leq \alpha_{(1)} = \alpha / m$ forkast hypotese (1)

Kontrollerer også $FWER \leq \alpha$ under forholdsvis generelle betingelser (multivariat normalfordelte testobservatorer med ikke-negative korrelasjonskoeffisienter)
 Mindre konservativ (høyere styrke) enn Holm (og Bonferroni)

NB! Hochberg som kontrollerer FWER må ikke forveksles med Benjamini-Hochberg som bare kontrollerer FDR!

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

21

Holm procedure

Hochberg procedure

Dmitrienko and D'Agostino 2013

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

22

Hommel's (1988) procedure is more powerful than Hochberg's but is more difficult to understand and apply. Let j be the largest integer for which $p_{(m-j+k)} < k\alpha / j$ for all $k = 1, \dots, j$. If no such j exists, reject all hypotheses; otherwise, reject all H_i with $p_i \leq \alpha / j$. Both i and j , by the way, go from 1 to m .

(Shaffer, 1995, page 571, adapted to our notation with m instead of n)

Hommel's procedure is explained in a slightly different way in the Appendix of Dmitrienko and d'Agostino (2013)

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

23

Benjamini-Hochberg

Hvis $p_{(m)} \leq \alpha_{(m)} = m\alpha / m = \alpha$ forkast alle m hypotesene.
 Hvis $p_{(m-1)} \leq \alpha_{(m-1)} = (m-1)\alpha / m$ forkast hypotese (m-1), (m-2), ..., 1
 Hvis $p_{(m-2)} \leq \alpha_{(m-2)} = (m-2)\alpha / m$ forkast hypotese (m-2), ..., 1
 ...
 Hvis $p_{(1)} \leq \alpha_{(1)} = \alpha / m$ forkast hypotese (1)

Kontrollerer ikke $FWER \leq \alpha$
 "The Benjamini & Hochberg procedure has valid FDR control if the test statistics underlying the p-values are positively correlated for one-sided tests, under a different condition that allows some negative correlations for two-sided tests." (Goeman and Solari 2014)

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

24

m hypoteser, p-verdier $p_{(1)} \leq p_{(2)} \leq \dots \leq p_{(m)}$.

p-value unadjusted	Bonferroni	Holm step-down	Hochberg step-up	Benjamini-Hochberg step-up
$p_{(1)}$	$mp_{(1)}$	$mp_{(1)}$	$\min\left(mp_{(1)}, \dots, \frac{mp_{(m)}}{m}\right)$	$\min\left(\frac{mp_{(1)}}{1}, \dots, \frac{mp_{(1)}}{m}\right)$
$p_{(2)}$	$mp_{(2)}$	$\max(mp_{(1)}, (m-1)p_{(2)})$	$\min\left((m-1)p_{(2)}, \dots, \frac{mp_{(m)}}{m}\right)$	$\min\left(\frac{mp_{(2)}}{2}, \dots, \frac{mp_{(1)}}{m}\right)$
$p_{(m-1)}$	$mp_{(m-1)}$	$\max(mp_{(1)}, \dots, 2p_{(m-1)})$	$\min\left(2p_{(m-1)}, \frac{mp_{(m)}}{m}\right)$	$\min\left(\frac{mp_{(m-1)}}{m-1}, \frac{mp_{(1)}}{m}\right)$
$p_{(m)}$	$mp_{(m)}$	$\max(mp_{(1)}, \dots, p_{(m)})$	$\frac{mp_{(m)}}{m}$	$\frac{mp_{(m)}}{m}$

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

25

Eksempel, m=6 tester

p_{ij}	(j)	$(m-j+1)p_{ij}$	$mp_{ij}j$	Bonferroni	Holm step-down	Hochberg step-up	Benjamini- Hochberg step-up
0.0003	1	0.0018	0.0018	0.0018	0.0018	0.0018	0.0018
0.009	2	0.0450	0.0270	0.0540	0.0450	0.0420	0.0210
0.013	3	0.0520	0.0260	0.0780	0.0520	0.0420	0.0210
0.014	4	0.0420	0.0210	0.0840	0.0520	0.0420	0.0210
0.04	5	0.0800	0.0480	0.2400	0.0800	0.0600	0.0480
0.06	6	0.0600	0.0600	0.3600	0.0800	0.0600	0.0600

www.ntnu.no

NTNU
Det skapende universitet

26

Fallback procedure in the analysis of multiple dose-placebo comparisons (Dmitrienko and D'Agostino 2013, page 5183-5184)

RCT with 3 dose-placebo comparisons:
 H_1 : Dose H vs placebo
 H_2 : Dose M vs placebo
 H_3 : Dose L vs placebo

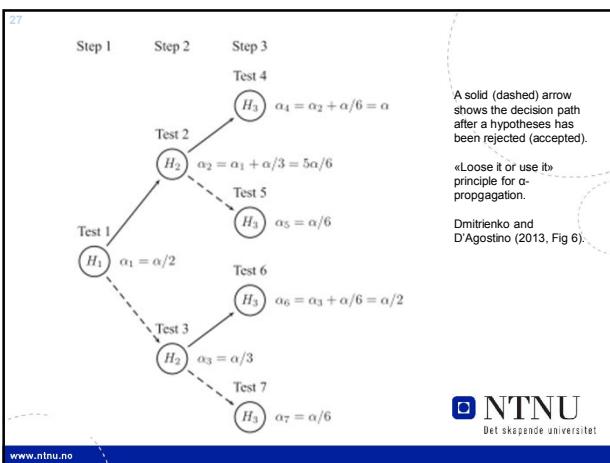
The sponsor introduces unequal hypothesis weights to increase statistical power for the higher doses: $w_1 = 1/2$, $w_2 = 1/3$, $w_3 = 1/6$

The weights are (of course!) pre-specified and $\sum_j w_j = 1$.

Fallback procedure with α -propagation ("use it or lose it" principle):
Test the hypotheses sequentially (in a pre-specified order) with initial local significance levels $\alpha/2$, $\alpha/3$, $\alpha/6$. See Fig 6 in the

www.ntnu.no

NTNU
Det skapende universitet



28

5.4. Summary

The section considered the class of multiplicity problems where no logical restrictions are imposed on the null hypotheses of interest. The four p -value-based MTPs used in this setting are easily arranged in terms of increasing power:

Bonferroni < Holm < Hochberg < Hommel.

Therefore, the Hochberg and Hommel procedures are preferred over the other two procedures in any multiplicity problem without hypothesis ordering. However, there is an important caveat that needs to be noted here. As explained in Section 5.3, the Bonferroni and Holm procedures protect the FWER strongly in any multiplicity problem, but the Hochberg and Hommel procedures require additional distributional assumptions to protect the FWER. The distributional assumptions are not restrictive and are met in many multiplicity problems arising in clinical trials.

Dmitrienko and d'Agostino 2013 page 5191

www.ntnu.no

NTNU
Det skapende universitet

29

Tre eller flere grupper (behandlings- eller eksponeringsgrupper):
Parvise sammenlikninger mellom noen av eller alle parene.

- 4 eller flere grupper
- 3 grupper

www.ntnu.no

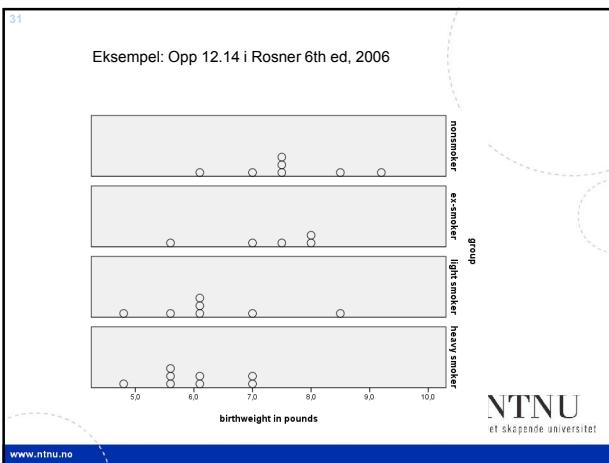
NTNU
Det skapende universitet

30

Eksempel: Rosner (2006), oppg 12.11

www.ntnu.no

NTNU
Det skapende universitet



32

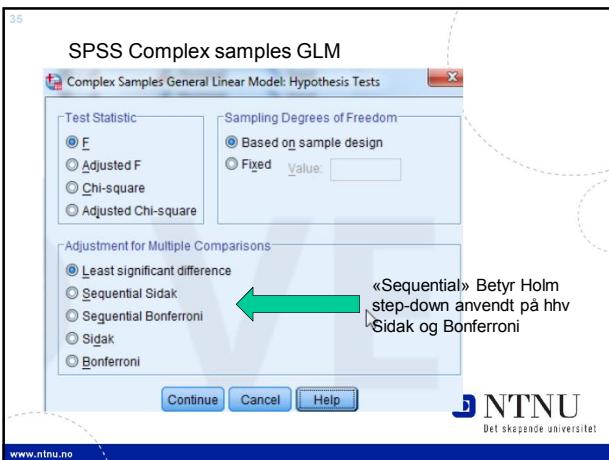
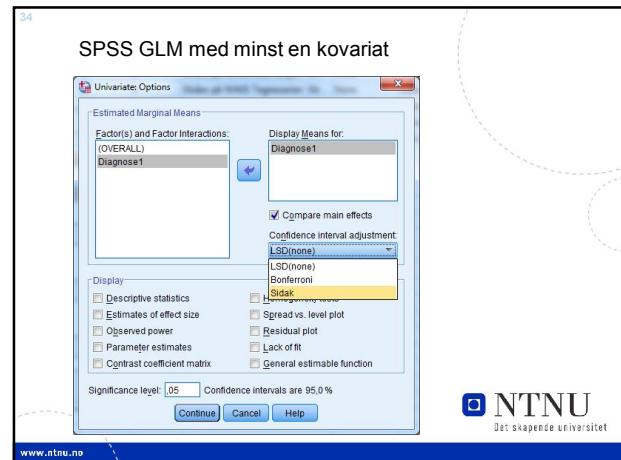
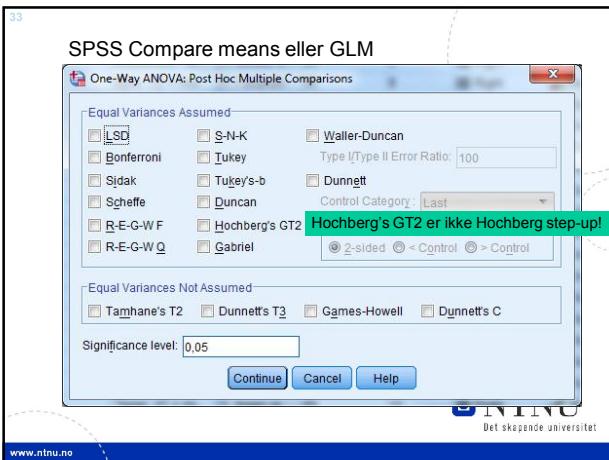
Descriptives

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean	
					Lower Bound	Upper Bound
nonsmoker	7	7,586	,9616	,3635	6,696	8,475
ex-smoker	5	7,240	,9127	,4082	6,107	8,373
light smoker	7	6,329	1,1398	,4308	5,274	7,383
heavy smoker	8	6,013	.7200	,2546	5,411	6,614
Total	27	6,730	1,1090	,2134	6,291	7,168

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	11,673	3	3,891	4,408	,014
Within Groups	20,304	23	,883		
Total	31,976	26			

www.ntnu.no



36

Eksempel: 4 grupper.

Global hypotese:

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

Totalt $\binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)!2!} = 6$ parvis sammenlininger:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \mu_2 \\ \mu_1 &= \mu_3 \\ \mu_1 &= \mu_4 \\ \mu_2 &= \mu_3 \\ \mu_2 &= \mu_4 \\ \mu_3 &= \mu_4 \end{aligned}$$

NTNU
et skapende universitet

www.ntnu.no

37

Bare teste mot en kontroll:

$$\mu_1 = \mu_2$$

$$\mu_1 = \mu_3$$

$$\mu_1 = \mu_4$$

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

38

Lineære kontraster :

$$\sum_{i=1}^k c_i \mu_i = 0 \quad \text{hvor} \quad \sum_{i=1}^k c_i = 0$$

For eksempel:

$$\mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$\mu_3 - \mu_4 = 0$$

$$\frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2) - \frac{1}{2}(\mu_3 + \mu_4) = 0$$

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

39

Lineære kontraster er ortogonale hvis

$$\sum_{j=1}^k c_{ij} c_{i'j} = 0 \quad .$$

De tre lineære kontrastene i eksempelet ovenfor er ortogonale. Parvise kontraster som inneholder samme forventningsverdi, som for eksempel alle parvise kontraster eller teste mot en kontroll, er ikke ortogonale.

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

40

De fleste prosedyrer for multiple sammenlikninger bruker testobservatorer (test statistics) av typen

$$t = \frac{\bar{Y}_{\cdot 1} - \bar{Y}_{\cdot 2}}{\sqrt{MS_{error} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

som vanligvis er fordelt som Student's t eller Studentized range.

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

41

Kirk (2013) «Experimental design. Procedures for the behavioural sciences» 4th ed, Chapter 5 «Multiple Comparison tests» (side 154-208). (Første utgave kom i 1969)

Fra omtalen på bokomslaget:
«Up-to-date coverage of multiple comparison procedures».

Table 5.1_1:
http://folk.ntnu.no/slyderse/medstat/Kirk_table5.1_1.pdf

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no

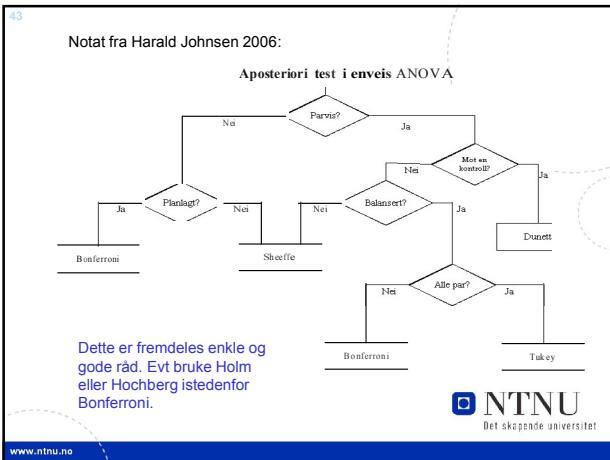
42

Anbefalte prosedyrer ved $p \geq 4$ grupper, enveis ANOVA:

Test hva?	Likt antall (balansert) eller lik varians i gruppene?	Anbefalt test
p-1 grupper mot en kontrollgruppe	Balansert og lik varians	Dunnett
	Ubalansert eller ulik varians	Dunnett med modifikasjoner
C planlagte kontraster	Balansert og lik varians	Dunn-Bonferroni Dunn-Sidak (Dunn-) Holm Dunn-Hochberg?
	Ulik varians	Som over med Welch frihetsgrader
Alle parvise kontraster	Balansert og lik varians	Tukey Fisher-Hayter REGW' F, Q og Q
	Ubalansert	Tukey-Kramer Fisher-Hayter
	Ulik varians	Brown-Forsythe
Planlagte og uplanlagte kontraster	Balansert eller ubalansert	Scheffé
	Ulik varians	Dunnett's T3 Dunnett's C Games-Howell

I stor grad basert på Kirk (2013, Table 5.1-1).
Der flere alternativer er listet, er det i økende statistisk styrke
REGW står før Ryan, Einot, Gabriel, Welsch

NTNU
Det skapende universitet
www.ntnu.no



44 Sammenliknne grupper justert for minst en kovariat (for eksempel alder eller kjønn). (« ANCOVA»)

Ved 4 eller flere grupper:
 Bonferroni < Holm < Hochberg < Hommel
 Ŝidåk er såvidt bedre enn Bonferroni

Ved 3 grupper:
 Kombiner global test med lokal test ved parvise sammenlikninger

NTNU Det skapende universitet

45 Closed testing procedure for m hypotheses H_1, H_2, \dots, H_m :

Define the closed family of hypotheses. For each non-empty set of indices $I \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$, consider the intersection hypothesis $\bigcap_{i \in I} H_i$.

Define local (that is, unadjusted) α -level tests for the intersection hypotheses.

Reject H_i at level α if and only if all intersection hypotheses containing H_i are rejected by local α -level tests.

(Marcus et al. 1976) showed that this closed testing procedure for the hypotheses H_1, H_2, \dots, H_m controls the FWER in the strong sense at the α -level.

NTNU Det skapende universitet

46 Spesialtilfelle:
 Parvise sammenlikninger av 3 parametere, feks forventningsverdi i 3 grupper:

$$H_1 : \mu_2 = \mu_3, H_2 : \mu_1 = \mu_3, H_3 : \mu_1 = \mu_2$$

Global hypotese:
 $H_{Global} : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

NTNU Det skapende universitet

47 I følge «The closed testing procedure» forkaster vi H_1 på nivå α hvis vi forkaster alle disse på lokalt nivå α :

$$\begin{aligned} H_1 \\ H_1 \cap H_2 \\ H_1 \cap H_3 \\ H_1 \cap H_2 \cap H_3 (= H_{Global}) \end{aligned}$$

Men

$$H_1 \cap H_2 = \{(\mu_2 = \mu_3) \cap (\mu_1 = \mu_3)\} = \{\mu_1 = \mu_2 = \mu_3\} = H_{Global}$$

og

$$H_1 \cap H_3 = \{(\mu_2 = \mu_3) \cap (\mu_1 = \mu_2)\} = \{\mu_1 = \mu_2 = \mu_3\} = H_{Global}$$

så vi forkaster H_1 på nivå α hvis vi forkaster H_1 på lokalt nivå α og forkaster H_{Global} på nivå α .

NTNU Det skapende universitet

48 Hvis vi forkaster $\mu_i = \mu_j$ bare når både lokal p-verdi og p-verdi for global test er under α så bevarer vi FWER! Dvs vi utfører testen for $\mu_i = \mu_j$ (ujustert) bare hvis vi forkaster H_{Global} på nivå α .

Ekvivalent:
 p-verdien for den parvise testen settes lik den største av den lokale og globale p-verdien

Dette er lite kjent. Feks Kirk (2013, side 164 – 165) påpeker dette for enveis ANOVA. Men det gjelder generelt.

NB!
 Dette gjelder bare for 3 grupper. Det gjelder ikke for eksempel for 4 grupper, selv når du bare har 3 hypoteser (som 3 alternativer mot en kontroll).

NTNU Det skapende universitet

49

Eksempel fra Weider et al (2014), Tabell 3:

Descriptives

Skåre på WAIS Informasjon- Skalert skåre

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean	Min
AN	41	10,51	3,264	,510	9,48 - 11,54	
BN	40	10,00	2,418	,382	9,23 - 10,77	
Kontroll	40	11,85	2,833	,448	10,94 - 12,76	
Total	121	10,79	2,945	,268	10,26 - 11,32	

ANOVA

Skåre på WAIS Informasjon- Skalert skåre

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	73,069	2	36,535	4,457	,014
Within Groups	967,344	118	8,198		
Total	1040,413	120			

NTNU
Det skapende universitet

www.ntnu.no

50

Global p = 0.0136

	p-verdi					
Par	Šídák	Tukey HSD	Dunnett	LSD (ujustert)	Max (ujustert, global)	
AN vs BN	0.807	0.701	-	0.422	0.422	
AN vs HC	0.109	0.094	0.069	0.038	0.038	
BN vs HC	0.0137	0.013	0.009	0.005	0.0136	

NTNU
Det skapende universitet

www.ntnu.no

51

Testing, P-verdier og konfidensintervall:

- Metodene tar utgangspunkt i testing (aksepter eller forkast ved gitt signifikansnivå)
- Forholdsvis lett frem å beregne p-verdier (minste signifikansnivå som ville medført forkastning)
- Konfidensintervall kan beregnes for noen metoder, men ikke for flerstegs metoder.

NTNU
Det skapende universitet

www.ntnu.no

52

References

Dmitrienko, A., D'Agostino, R.B., & Huque, M.F. 2013. Key multiplicity issues in clinical drug development. *Statistics in Medicine*, 32, (7) 1079-1111.

Dmitrienko, A. & D'Agostino, R. 2013. Tutorial in Biostatistics: Traditional multiplicity adjustment methods in clinical trials. *Statistics in Medicine*, 32, 5172-5218

Dmitrienko, A., Tamhane, A.C., & Bretz, F. 2010. Multiple testing problems in pharmaceutical statistics Boca Raton, FL, Chapman & Hall/CRC.

Goeman, J.J. & Solari, A. 2014. Tutorial in biostatistics: Multiple hypothesis testing in genomics. *Statistics in Medicine*

Kaasboll, J., Lydersen, S., & Indredavik, M.S. 2012. Psychological symptoms in children of parents with chronic pain-the HUNT study. *Pain*, 153, (5) 1054-1062

Kirk, R.E. 2013. Experimental design. Procedures for the behavioral sciences, 4th ed. Thousand Oaks, Sage Publications.

NTNU
Det skapende universitet

www.ntnu.no

53

References (continued)

Marcus, R., Peritz, E., & Gabriel, K.R. 1976. Closed Testing Procedures with Special Reference to Ordered Analysis of Variance. *Biometrika*, 63, (3) 655-660

Rosner, B. 2006. Fundamentals of biostatistics, 6th ed ed. Belmont, CA, Thomson-Brooks/Cole.

Rothman, K.J. 1990. No adjustments are needed for multiple comparisons. *Epidemiology*, 1, (1) 43-46

Senn, S. 2007. Statistical issues in drug development, 2nd ed. Chichester, England, John Wiley & Sons.

Shaffer, J.P. 1995. Multiple Hypothesis Testing. *Annual Reviews Psychology*, 46, 561-584

Weider, S., Indredavik, M.S., Lydersen, S., & Hestad, K. 2014. Intellectual Function in Patients with Anorexia Nervosa and Bulimia Nervosa. *Eur.Eat.Disord.Rev.*, 22, (1) 15-22

NTNU
Det skapende universitet

www.ntnu.no